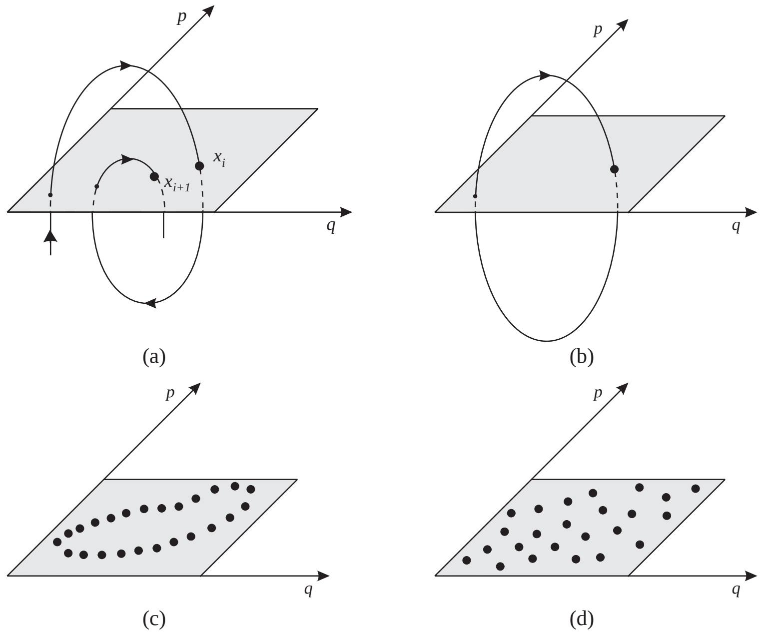
gen fraktale Struktur. Ihre chaotischen Bahnen verlaufen dabei lange Zeit auf den Grenzen des (bzw. der) Attraktionsbereiche(s) des Systems.

Konzepte zur Charakterisierung chaotischer Dynamik und fraktaler Struktur

a) Poincaré-Schnitt und Poincaré-Abbildung

Poincaré-Schnitt, $(n-1)$-dimensionale Hyperebene P, die die Phasenraumtrajektorien eines kontinuierlichen n-dim. dynamischen Systems überall transversal schneidet.
Die diskrete Dynamik der Wiederkehrsequenz der Trajektorie auf der Schnittebene ergibt die **Poincaré-Abbildung $\mathbf{f}_P$**.

▷ Die Poincaré-Abbildung reduziert den n-dim. Fluß eines Differentialgleichungssystems auf eine $(n-1)$-dim. diskrete Abbildung. Das Zeitintervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchschneidungen ist endlich, die einzelnen Intervalle müssen aber nicht zwangsläufig gleich lang sein. Die Poincaré-Abbildung ergibt insofern eine diskrete Dynamik in den Schnitten k, nicht in der Zeit t, also z. B. $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{f}_P(\mathbf{x}_i)$ wobei i den $i = 1 \ldots k$-ten Schnitt der Trajektorie durch P bezeichnet. Nur bei expliziter Betrachtung periodischer Orbits ergibt sich eine zeitgetreue diskrete Abbildung der kontinuierlichen Dynamik in der Form $\mathbf{x}_{t+n} = \mathbf{f}_P(\mathbf{x}_t)$, wobei n die Periode des betrachteten Orbits ist. Die Transversalität des Poincaré-Schnittes P stellt sicher, daß eine Poincaré-Abbildung $\mathbf{f}_P$ *alle* strukturellen Informationen über den Fluß des ursprünglichen Systems bewahrt:



Visualisierung der Trajektorien im Phasenraum durch eine Poincaré-Abbildung (schematisch). Betrachtet wird die Folge der Punkte $\mathbf{x} = (q, p)$, in denen die Trajektorie die p, q-Ebene von oben nach unten senkrecht durchstößt: (a) Poincaré-Abb. $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{f}_P(\mathbf{x}_i)$. (b) Periodischer Zyklus. (c) Quasiperiodische Lösung. Die Durchstoßungspunkte liegen auf einer invarianten Kurve. (d) Chaotische Lösung. Die Durchstoßungspunkte sind irregulär in der Ebene verteilt.